

# Leçon 219 : Extremums : existence, caractérisation, recherche. Exemples et applications.

## 1 Généralités

### 1.1 Définitions (Rouvière)

- Définition max/min loc/glob + dessins en annexe
- Global  $\Rightarrow$  Local + exemple

### 1.2 Compacité (Gourdon)

- Théorème des bornes atteintes
- Distance entre deux parties + théorème du point fixe pour applications contractantes
- Une autre application de la compacité (fonction coercives par exemple)

### 1.3 Convexité (Beck)

- Définition de fonctions conv/stric.conv
- Unicité du minimum pour fonction strictement convexe + exemple de la norme
- Si  $f$  convexe, l'ensemble des minimum est convexe
- Dév 1 : John-Loewner
- Caractrisation de la convexité + application

### 1.4 Dans les Hilbert (Gourdon)

- Définition
- Dév 2 : Théorème de Projection sur un convexe fermé

- Résultats sur les parties orthogonales
- Théorème de Riesz
- Existence des adjoints etc.

### 1.5 Holomorphie (Tauvel, Beck)

- Inégalités de Cauchy
- Liouville + Application pour D'Alembert Gauss
- Principes du maximum (loc/glob)
- Conséquence : lemme de Schwarz

## 2 Utilisation du calcul différentiel

### 2.1 Condition du premier ordre (Beck)

- Condition nécessaire (point critique)
- Essentiel d'être sur un ouvert
- Applications : Rolle et TVI

### 2.2 Condition du deuxième ordre (Beck)

- Condition quand l'application est deux fois différentiables
- Exemple

## 3 Optimisation numérique (Beck)

- Méthode du gradient à pas fixe
- Méthode de Newton + Exemple